

Tomasz ŚWIĘTOŃ<sup>1</sup>

## **TRANSFORMACJA DO UKŁADU 2000 A PROBLEM ZGODNOŚCI Z PRG**

Na mocy rozporządzenia Rady Ministrów w sprawie Państwowego Systemu Odniesień Przestrzennych już 31 grudnia 2009 roku upływa termin wykonania transformacji zasobu geodezyjno-kartograficznego do układu 2000. Duża część powiatów zrealizowała już istotną część pracy, jaką jest obliczenie współrzędnych osnów geodezyjnych w nowym systemie odniesień przestrzennych, niemniej jednak przed zdecydowaną większością nadal stoi problem transformacji map.

### **2. Przeliczenie osnów geodezyjnych**

Poprawne wyznaczenie współrzędnych osnów w nowym układzie jest kluczowym elementem procesu transformacji całego zasobu. Osnowy geodezyjne stanowią podstawę dla wszystkich pomiarów geodezyjnych i tworzonych map, dlatego jakiegokolwiek błędy i nieściśłości popełnione na tym etapie będą rzutować na wyniki dalszych prac. Między innymi z tego powodu, najczęściej stosowaną metodą przeliczenia osnów jest ponowne, jednorzędowe wyrównanie w układzie 2000 w oparciu o obserwacje archiwalne, wzbogacane często o dodatkowe, wzmacniające pomiary GPS. Mimo, że jest to metoda zdecydowanie bardziej pracochłonna i czasochłonna od transformacji w oparciu o punkty dostosowania to jednak wyniki są znacznie bardziej wiarygodne. W rezultacie tak wykonanych obliczeń otrzymuje się oprócz samych współrzędnych, także ich pełną analizę jakościową. Ponieważ dane przetwarzane są numerycznie a wyrównanie MNK zmusza do usunięcia błędów grubych w obserwacjach, wyniki pozbawione są typowych przypadłości ręcznie tworzonych wykazów: pomyłek i literówek.

### **3. Lokalne deformacje układu 1965**

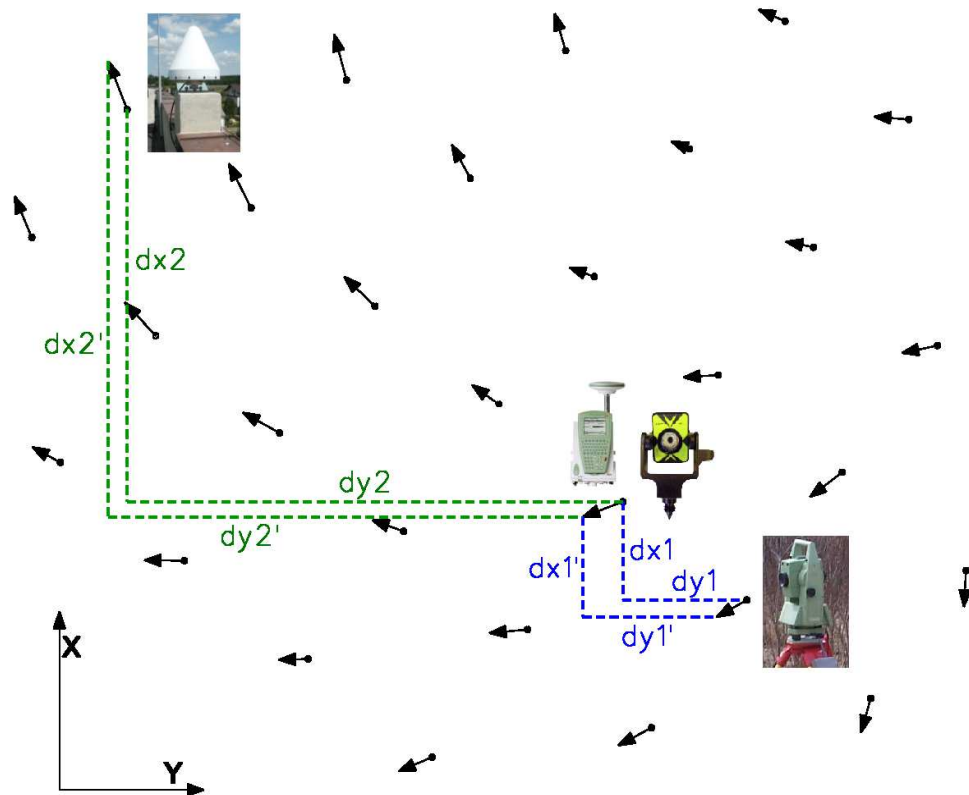
Dodatkowym, bardzo istotnym rezultatem tak przyjętej metody obliczeniowej jest możliwość określenia wielkości i kierunku lokalnych zniekształceń układu 1965. Wyniki pomiaru wielorzędowych sieci tworzonych przez dziesięciolecia przy wykorzystaniu bardzo różnych metod pomiarowych i obliczeniowych obarczone były często błędami, których przyczyn trudno obecnie dociekać, ale które sprawiały, że układ odniesienia był lokalnie zdeformowany. Deformacje osnowy w oczywisty sposób wpływały na deformację map wykonywanych w oparciu o nie. Na podstawie prac wykonanych na kilkudziesięciu powiatach na terenie całej polski, (np. powiat sanocki, rzeszowski, gorzowski, chełmski itd...) można przyjąć, że deformacje te na poziomie osnowy III klasy osiągają bardzo często wielkości kilkunastu centymetrów, mają charakter lokalny i często związane są z konkretnym obiektem pomiarowym.

---

<sup>1</sup> mgr inż. Wyższa Szkoła Inżynierijno-Ekonomiczna w Ropczycach

---

Tak długo jak geodeta stosował tradycyjne techniki pomiaru, w których opierał się zawsze na najbliższych punktach osnowy lokalne deformacje nie stanowiły problemu, były wręcz niedostrzegalne. Stosunkowo niewielka odległość dzieląca miejsce pomiaru od punktu osnowy sprawiała, że zmiany wynikające z tych zniekształceń mieściły się często w granicach błędu pomiarowego (Rys.1). Współcześnie, wraz z rozwojem technologii satelitarnych a w szczególności z pojawieniem się systemu ASG-EUPOS, punkt osnowy geodezyjnej znajduje się często w dużej odległości od miejsca, w którym wykonywany jest pomiar. Przeciętna odległość pomiędzy stacjami referencyjnym ASG-EUPOS to około 70 km., co sprawia, że geodeta korzystający np. z technologii RTK dowiązuje się tak naprawdę do punktów osnowy znajdujących się w odległości nawet kilkudziesięciu kilometrów. Na tak dużych odległościach lokalne deformacje układu zaczynają odgrywać bardzo istotną rolę, dlatego jest bardzo wskazane, aby algorytm transformacji przyjąć w sposób pozwalający na wyeliminowanie wszystkich tych zniekształceń i nieprzenoszenie ich do układu 2000.



Rys. 1. Lokalne deformacje układu 1965.  $dx_2 - dx_2' > dx_1 - dx_1'$ ;  $dy_2 - dy_2' > dy_1 - dy_1'$

#### 4. Metody transformacji map numerycznych

W zależności od zastosowanej metody przeliczenia osnowy na danym obszarze i wielkości lokalnych deformacji układu 1965 możliwe są różne algorytmy transformacji, z których najczęściej stosowane są trzy:

- Transformacja standardowym algorytmem wielomianowym opartym o punkty I i II klasy (transformacja *empiryczna*)
- Transformacja w oparciu o punkty dostosowania I i II klasy z obszaru powiatu wraz z korektami Hausbrandta
- Transformacja w oparciu o punkty osnowy wyrównane w układzie 2000 realizowana najczęściej w dwóch etapach: I. Transformacja *empiryczna* z układu 1965 do układu 2000, II. Dodatkowa transformacja Helmerta z korektami Hausbrandta pomiędzy układem

2000 z poprzedniego etapu a docelowym układem 2000 mająca na celu jedynie wprowadzenie lokalnych korekt wynikających z zniekształcenia układu 1965

Spośród powyższych metod jedynie pierwsza (transformacja *empiryczna*) jest jednoznacznie, w sposób ciągły określona dla obszaru całej strefy układu 1965. Nie uwzględnia ona jednak korekt lokalnych, przez co możliwości jej zastosowania są ograniczone jedynie do obszarów, na których deformacje układu 1965 są stosunkowo niewielkie. W przypadku pozostałych metod różne zbiory punktów dostosowania na sąsiednich obszarach sprawiają, że wyniki obliczeń na terenach stycznych nie muszą być identyczne. Sprawę dodatkowo komplikuje fakt, że brak jest jednoznacznych, oficjalnych wytycznych wskazujących sposób wykonania transformacji i nic nie stoi na przeszkodzie, aby sąsiadujące ze sobą powiaty przeszły na układ 2000 przy wykorzystaniu zupełnie różnych algorytmów.

Wszystko to sprawia, że na styku sąsiednich powiatów pojawia się problem zgodności i spójności granic administracyjnych. Granice powiatów, uzgodnione często niemałym nakładem pracy w układzie 1965 nie będą się pokrywały po przejściu na układ 2000. Często będzie to niewielka różnica, rzędu pojedynczych centymetrów lub milimetrów, niemniej jednak naruszająca poprawność topologii działek ewidencyjnych. Jednocześnie dane w centralnym zasobie Państwowego Rejestru Granic zostały odgórnie przetransformowane przy wykorzystaniu transformacji *empirycznej*. Dlatego pojawiła się potrzeba, aby zaproponować algorytm transformacji map numerycznych do układu 2000 w sposób, który pozwalałby z jednej strony na maksymalną likwidację deformacji układu 1965 a z drugiej strony zapewniłby spójność granic powiatów.

## 5. Korekty Hausbrandta

Jednym z możliwych rozwiązań problemu jest wykorzystanie korekt Hausbrandta. Standardowo definiuje się je wzorem

$$V_{yi} = \frac{\sum_{k=1}^n (V_{yk} P_{ik})}{\sum_{k=1}^n P_{ik}}, \quad V_{xi} = \frac{\sum_{k=1}^n (V_{xk} P_{ik})}{\sum_{k=1}^n P_{ik}}, \quad \text{dla } P_{ik} = \frac{1}{d_{ik}^2} \quad (1)$$

Gdzie: k – wskaźnik punktu dostosowania, n – ilość punktów dostosowania,  $V_{xi}, V_{yi}$  – obliczone korekty Hausbrandta,  $V_{xk}, V_{yk}$  – poprawki na punktach dostosowania

Zastosowanie korekt sprawia, że transformowane punkty są „dociągane” do punktów dostosowania. Dzięki temu, gdyby do zbioru tych punktów w oparciu o które obliczane są korekty dodać, oprócz punktów osnowy geodezyjnej, punkty z PRG przetransformowane algorytmem *empirycznym*, następnie wykonać transformację Helmerta wraz z korektami Hausbrandta uzyskalibyśmy efekt, który przynajmniej w części spełniałby nasze oczekiwania. Z jednej strony na przeważającym obszarze zlikwidowane zostałyby deformacje układu 1965 a z drugiej strony sama zewnętrzna granica powiatu zostałaby „dociągnięta” do transformacji empirycznej a tym samym została zachowana zgodność z danymi w PRG.

Niestety, charakter korekt Hausbrandta sprawia, że na ich wielkość wpływ mają wszystkie punkty dostosowania a nie tylko te położone w bezpośredniej bliskości transformowanego punktu. Może to oznaczać, że ostateczna wartość korekt posttransformacyjnych będzie w zbyt dużym stopniu zależna od punktów granicznych, nawet na obszarach nie położonych blisko granicy. Celem zmniejszenia wpływu punktów granicznych na ostateczną wartość korekty Hausbrandta zaproponowano zmianę sposobu obliczenia wagi poszczególnych punktów ze wzoru (1). Przyjęto, że:

$$P_{ik} = W \frac{1}{d_{ik}^2} \quad (2)$$

Gdzie  $0 \leq W \leq 1$  dla wszystkich punktów PRG i jednocześnie  $W = 1$  dla wszystkich punktów osnowy.

Pojawia się pytanie, jaka wartość  $W$  dla punktów granicznych zapewni optymalny rozkład korekt Hausbrandta? W jaki sposób dobrać wartość tego współczynnika aby korekty spełniły swój cel, czyli aby wpływ punktów granicznych zaznaczył się jedynie w bezpośredniej bliskości granicy, będąc zaniedbywalnym na pozostałych obszarach?

Możliwych jest wiele sposobów określania jego wartości, ale w ramach tej publikacji, przetestowano dwa:

**Metoda 1:** Przyjęcie stałej wartości współczynnika  $W$  dla wszystkich punktów granicznych. Na potrzeby tego opracowania wykonano testy dla  $W=1$ ,  $W=0.5$ ,  $W=0.25$  i  $W=0.166$

**Metoda 2:** Uzależnienie wartości współczynnika  $W$  od odległości od danego punktu granicznego, przy założeniu że punkt nie jest wykorzystany do obliczenia poprawki jeśli odległość od punktu granicznego przekracza założoną wcześniej wartość ( $D_{\max}$ ). Przyjęto następujący sposób obliczenia wartości  $W$ :

$$W = \frac{D_{\max} - d}{D_{\max}} \quad (3)$$

Gdzie:  $D_{\max}$  – przyjęta a priori maksymalna odległość od punktu granicznego przy której punkt jest brany pod uwagę przy obliczaniu korekt Hausbrandta. Powyższy wzór ma zastosowanie jedynie dla  $d < D_{\max}$ . W przeciwnym wypadku przyjmuje się, że  $W=0$ . W ramach tego opracowania wykonano testy dla  $D_{\max}=200$  m.,  $D_{\max}=400$  m. i  $D_{\max}=600$  m.

## 5. Wpływ punktów PRG na ostateczną wartość korekty Hausbrandta

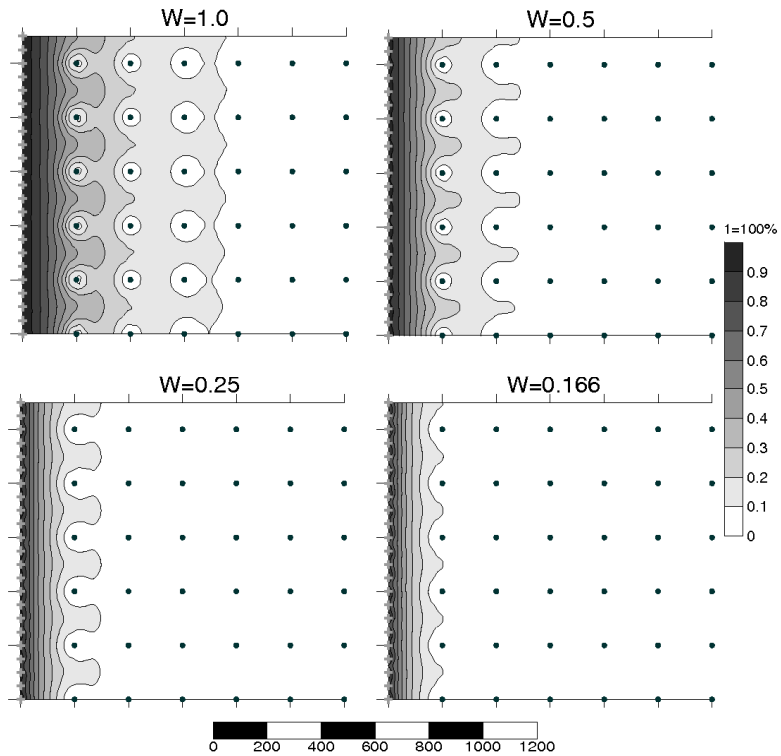
Podjęto próbę oszacowania, jak daleko sięga wpływ punktów z PRG na ostateczną wartość korekty Hausbrandta w zależności od wartości współczynnika  $W$ . Wpływ ten określono, jako procentowy udział wag  $P_{ik}$  z wzoru (1) pochodzących od punktów z PRG w ostatecznej sumie wszystkich wag.

Przygotowano dwa zestawy danych testowych. Pierwszy zestaw punktów dostosowania został wygenerowany w sposób sztuczny i stanowi regularną siatkę punktów o oczku wynoszącym 200 m. Na jednej z krawędzi siatki znajdują się punkty symulujące granicę powiatu i znajdujące się w odległości 50 m. od siebie. Drugi zestaw obejmujący swym zasięgiem obszar około 22 na 18 km. to fragment rzeczywistej osnowy III klasy powiatu rzeszowskiego (1065 punktów) wraz z fragmentem granicy powiatu (411 punktów).

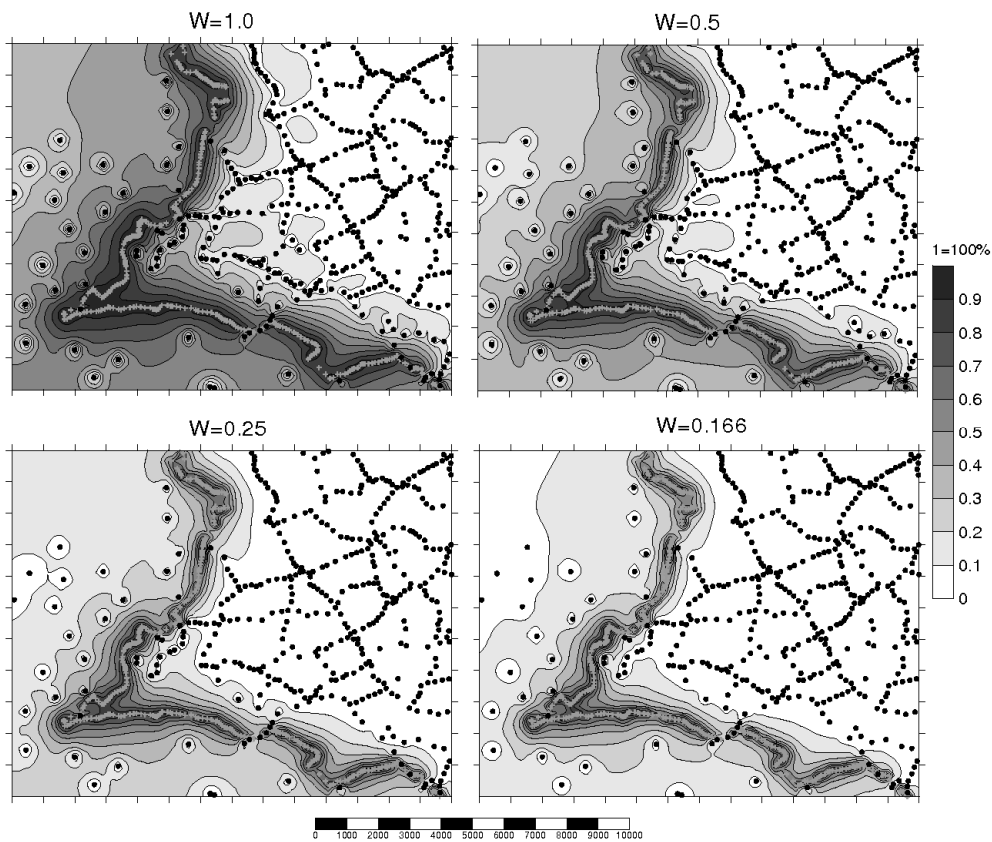
### Metoda 1

W oparciu o oba zestawy danych testowych określono rozkład przestrzenny procentowego udziału wag pochodzących z punktów PRG dla stałych wartości współczynnika  $W$  ( $W = 1$ ,  $W = 0.5$ ,  $W = 0.25$  i  $W = 0.166$ ). Wyniki przedstawiono na rysunkach (Rys. 2 i 3).

Analiza wyników na danych wygenerowanych sztucznie (Rys. 2) wskazuje, że dla  $W=1$  (czyli tak naprawdę braku rozróżnienia pomiędzy punktami osnowy a punktami granicznymi) wpływ punktów z PRG jest znaczny i dochodzi do 40% w odległości około 300 m. od granicy, mimo, że pomiędzy punktem transformowanym a granicą powiatu znajdują się punkty osnowy. Dopiero w odległości około 400 m wyraźnie się zmniejsza i osiąga wartości poniżej 20%. Dla  $W=0.25$  wpływ punktów granicznych jest mniejszy niż 20% w odległości około 200 m. od granicy. W przypadku danych rzeczywistych wpływ ten miejscami jest znacznie większy i dla  $W = 1$  może wynosić 25% nawet w odległości 1700 m. od granicy powiatu, w zależności od przestrzennego rozkładu punktów osnowy (Rys. 3). W przypadku pozostałych wartości  $W$  wpływ ten jest mniejszy, niemniej jednak zawsze jest bardzo zależny od gęstości punktów osnowy i w miejscach gdzie punkty są rzadkie pozostaje duży nawet w dużej odległości od granicy



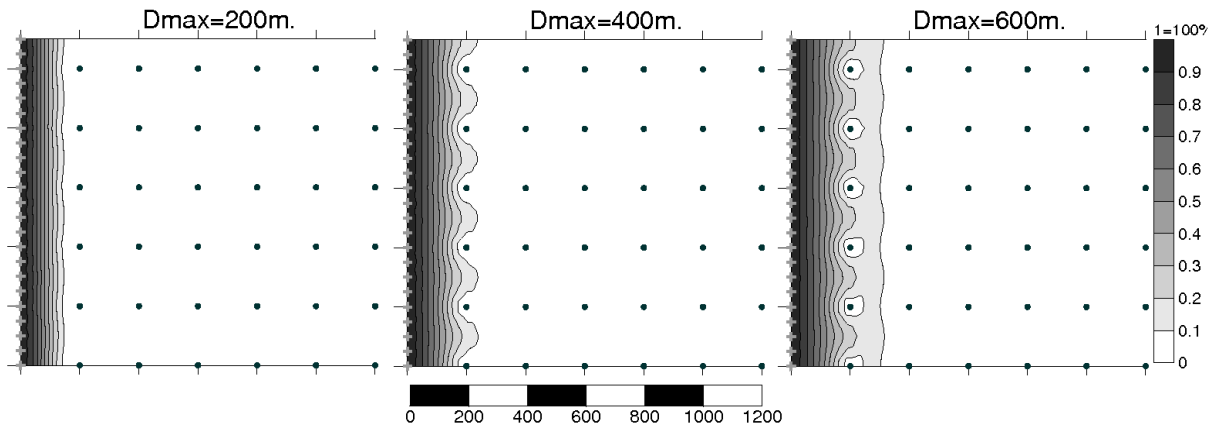
Rys. 2 Procentowy udział punktów granicznych w ostatecznej wartości korekty Hausbrandta dla danych wygenerowanych sztucznie przy stałej wartości współczynnika  $W$ . Punkty PRG oznaczone szarymi krzyżykami położone są wzdłuż lewej krawędzi obszaru, punkty osnowy oznaczone kolorem czarnym



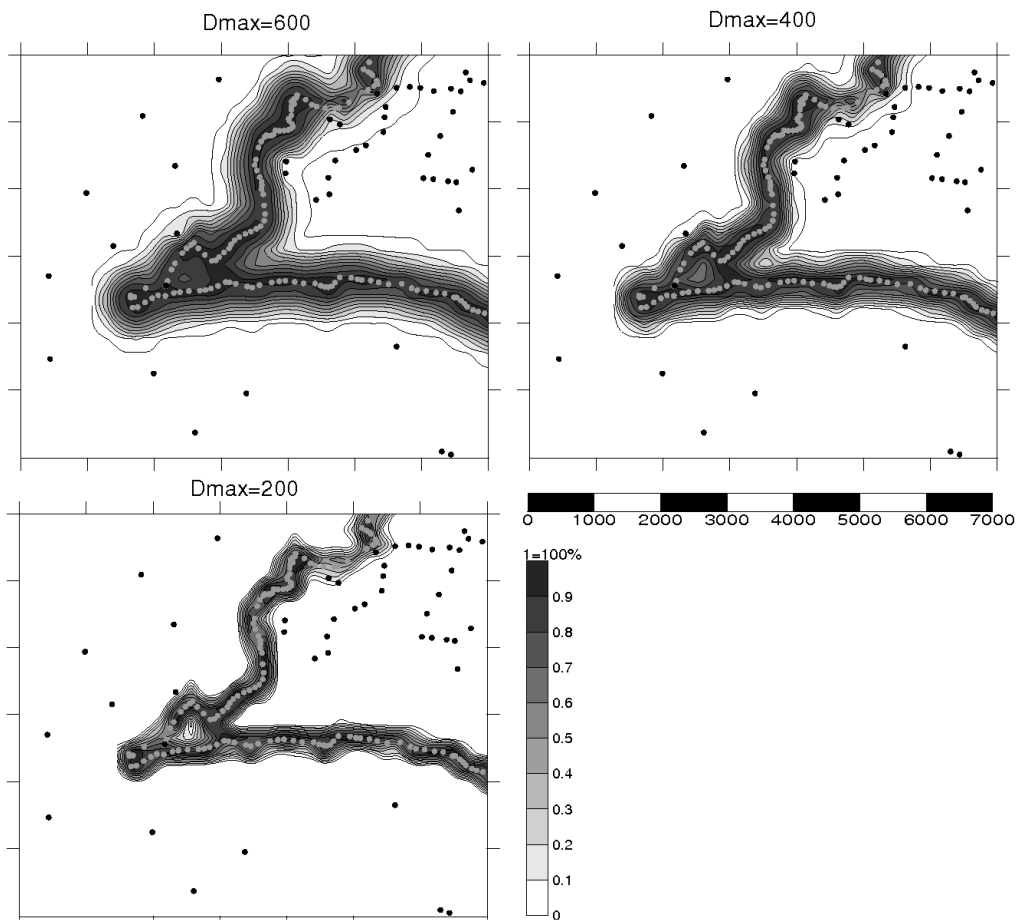
Rys. 3 Procentowy udział punktów granicznych w ostatecznej wartości korekty Hausbrandta dla danych rzeczywistych przy stałej wartości współczynnika  $W$ .

## Metoda 2

Zaletą drugiej metody obliczenia korekt jest wyraźne uzależnienie stopnia wpływu punktów granicznych od odległości od tych punktów i gwarancja, że na obszarach oddalonych od granicy o odległość większą niż założona, wpływ ten będzie zerowy. Jeśli odległość przekracza, przyjętą z góry wartość  $D_{max}$  wówczas przyjmuje się  $W=0$  co oznacza, że dany punkt nie jest w ogóle brany pod uwagę przy ustalaniu ostatecznej wartości korekty.



Rys. 4 Procentowy udział punktów granicznych w ostatecznej wartości korekty Hausbrandta dla danych wygenerowanych sztucznie



Rys. 5 Procentowy udział punktów granicznych w ostatecznej wartości korekty Hausbrandta dla danych wygenerowanych rzeczywistych

Testy, wykonane zarówno na danych wygenerowanych sztucznie (Rys. 4), jak i na danych rzeczywistych (Rys. 5) wykazują, że niezależnie od przyjętej wartości  $D_{\max}$ , wpływ PRG jest znacznie bliższy oczekiwaniom niż w przypadku stałej wartości  $W$ . Wartość  $D_{\max}=400$  m. wydaje się zapewniać możliwe optymalny rozkład wpływu punktów granicznych. Z jednej strony, przejście jest dosyć łagodne a z drugiej strony wpływ PRG praktycznie nie zaznacza się poza pierwszą linią punktów osnowy.

## 5. Wagowana transformacja Helmerta

Alternatywnym rozwiązaniem problemu niezgodności granic, zastosowanym w praktyce na terenie powiatu sanockiego i gorzowskiego jest włączenie do zbioru punktów dostosowania punktów granicznych (PRG) jeszcze przed wykonaniem transformacji a nie tylko, jak to miało miejsce w poprzednich metodach, do zbioru punktów w oparciu o które obliczano same korekty Hausbrandta. Nie jest to postępowanie do końca poprawne ponieważ punkty graniczne w zasadzie nie powinny wpływać na parametry całej transformacji, niemniej jednak poważną zaletą takiego postępowania jest możliwość wykorzystania standardowego oprogramowania. Celem zmniejszenia wpływu punktów granicznych na ostateczne wyniki, punkty osnowy zostały umieszczone w zbiorze punktów dostosowania czterokrotnie, a PRG tylko raz. Można zatem przyjąć, że jeśli punkt osnowy ma wagę 1 to punkt graniczny w tej sytuacji miał wagę 0.25.

Testy numeryczne wykazały jednak, że ostateczne różnice pomiędzy transformacją wykonaną powyższą metodą a nie uwzględniającą PRG są stosunkowo niewielkie, dlatego wydaje się, że mimo iż metoda ta nie jest doskonała, to jednak wydaje się być dosyć dobrym kompromisem pomiędzy jakością a wygodą zastosowania.

## Literatura

- [1] ŚWIĘTOŃ T. , Problematyka transformacji numerycznych map wielkoskalowych do układu 2000, *Druga Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Kartografia Numeryczna i Informatyka Geodezyjna Rzeszów-Polańczyk-Solina 27-29 września 2007.*
- [2] KADAJ R., Osnowy w 2000, *www.geonet.net.pl 2004*
- [3] GŁÓWNY URZĄD GEODEZJI I KARTOGRAFII, Wytoczne techniczne G-1.10, *Warszawa 2001*
- [4] Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 8 sierpnia 2000 roku w sprawie Państwowego Systemu Odniesień Przestrzennych
- [5] KADAJ R., Geonet\_Unitrans – opis systemu, *Algores-soft*